

Diferencijalna Geometrija: Vježbe 5

(Površ: reprezentacija i prva fundamentalna forma)

Predati rješenja na kraju predavanja u srijedu, 21og novembra.

Problem 5.1. Pokažite da $\mathbb{R}^2 \ni (u, v) \mapsto \mathbf{x}(u, v) = (u, v, g(u, v)) \in \mathbb{R}^3$, gdje

$$g(u, v) := \begin{cases} 0 & \text{if } u = v = 0 \\ \frac{uv^2\sqrt{u^2+v^2}}{u^2+v^4} & \text{if } (u, v) \neq (0, 0) \end{cases} ,$$

nije površ (iako je g neprekidna i svi su izvodi u pravcu definisani).

Problem 5.2. Posmatrajmo $\Sigma := \{(x, y, z) \mid (\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2 + z^2 = r^2\}$, gdje je $0 < r < R$. Poкажите da je Σ regularna površ i nadjite njenu regularnu parametrizaciju.

Problem 5.3. Pokažite da je elipsoid regularna površ i nadjite regularne parametrizacije koje ga pokrivaju.

Problem 5.4. Nadjite konformalnu parametrizaciju (provjeriti!) za

$$\Sigma = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z^2 < 1\}.$$

Problem 5.5. Uvjerite se da je površ parametrizovana konformalno ako i samo ako parametrizacija prezervira uglove.