

Diferencijalna geometrija: Vježbe 1

(Krive: reprezentacija, dužina luka i oskulatorna ravan)

Predati rješenja na kraju predavanja u srijedu, 24og oktobra.

Problem 1.1. Pokažite da su konični presjeci $x^2 + y^2 = z^2$, $x \cos \alpha + z \sin \alpha = d$, gdje $\alpha \in \mathbb{R}$ i $d \neq 0$ krive (potvrdite da su gradijenti odgovarajuće odabranih funkcija linearno nezavisni u svim tačkama krive) i nadjite njihove parametrizacije.

Problem 1.2. Pokazati da je dužina luka invarijantna pod reparametrizacijom parametrizovane krive.

Problem 1.3. Posmatrajmo krivu datu implicitno sa $(\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 + (\frac{z}{c})^2 = 1$ i $a\sqrt{b^2 - c^2} z = c\sqrt{a^2 - b^2} x$, gdje $a > b > c$. Izračunajte njenu dužinu luka i nadjite reparametrizaciju dužine luka.

Problem 1.4. Dokažite da je $t \mapsto \gamma(t)$ prava linija ako su $\gamma''(t)$ i $\gamma'(t)$ linearno zavisne za sva t .